



Incertitude

-

Sensibilité

Descriptif des pratiques dans l'industrie
-
Préconisations pour l'analyse thermique bâtiment

Version révisée au 31 janvier 2011



SOMMAIRE

1	Préambule	1
2	Descriptif des pratiques dans l'industrie	2
2.1	Concepts	2
2.1.1	Formalisme de base.....	2
2.1.2	Incertitude	2
2.1.3	Sensibilité.....	4
2.2	Cadre méthodologique	4
2.2.1	Spécification du problème.....	5
2.2.2	Quantification des sources d'incertitude	5
2.2.3	Propagation des sources d'incertitude	7
2.2.4	Hierarchisation des sources d'incertitude / étude de sensibilité.....	10
3	Cas d'application à l'énergétique du bâtiment	11
3.1	Bibliographie.....	11
3.2	Méthodes de propagation des incertitudes	12
4	Références	13



1 Préambule

Ce document présente les bases méthodologiques de traitement des incertitudes en contexte industriel (§2) et référence les cas d'application à l'énergétique du bâtiment (§3).

- Calibrage et incertitudes

La problématique du calibrage est traitée dans les travaux de Reddy [7] qui ont été publiés en 3 parties : la première constituant une synthèse des méthodes de calibrage existantes, la deuxième exposant les principes de la méthode développée et la troisième présentant un cas d'application. Cadre de ces travaux :

- Utilisation des données de factures mensuelles comme points de calibrage
- Restitution de l'incertitude sur les consommations calculées par le modèle calibré
- Application aux centres commerciaux (USA)

- Ressources bibliographiques

La synthèse bibliographique présentée au §3 couvre les principales études d'incertitude et de sensibilité dans le domaine de l'énergétique du bâtiment. Les travaux de Zraggen [10] viennent compléter ces références et fournissent une vision des principales sources d'écart entre le calcul et la mesure, à partir d'un suivi de quatre ans de tous les flux énergétiques d'un immeuble résidentiel.



2 Descriptif des pratiques dans l'industrie

2.1 Concepts

2.1.1 Formalisme de base

La **variable d'intérêt** désigne une variable scalaire dont on veut estimer l'incertitude. y est le vecteur des variables d'intérêt, considéré de dimension 1 dans la suite par simplification.

Le **modèle** h représente le processus mathématique d'estimation des variables d'intérêt en fonction des variables d'entrée x_i . x est le vecteur des variables d'entrée.

$$y = h(x)$$

Dans un cadre probabiliste, on identifie l'ensemble des variables à un ensemble de variables aléatoires, avec des notations majuscules : X_i variable aléatoire correspondant à x_i , X vecteur de variables aléatoires correspondant à x .

2.1.2 Incertitude

Le GUM [1] établit une distinction entre le concept d'**erreur**, défini comme l'écart absolu entre le résultat de mesure et la « valeur vraie », et le concept d'**incertitude**, représentant la fluctuation du résultat d'un mesurage supposé avoir corrigé raisonnablement tous les effets systématiques par rapport à un étalon.

Pour dépasser les limites liées d'une part au manque de précision irréductible de la définition d'une grandeur à mesurer et d'autre part au caractère inobservable de la « valeur vraie », le GUM préconise l'usage de l'incertitude c.-à-d. l'utilisation comme valeur de référence, non pas de la « valeur vraie » physique, mais de la « meilleure valeur », en accord avec les connaissances disponibles.

L'incertitude est ainsi définie précisément comme le « paramètre, associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui pourrait raisonnablement être attribuées au mesurande » [1].

Remarque

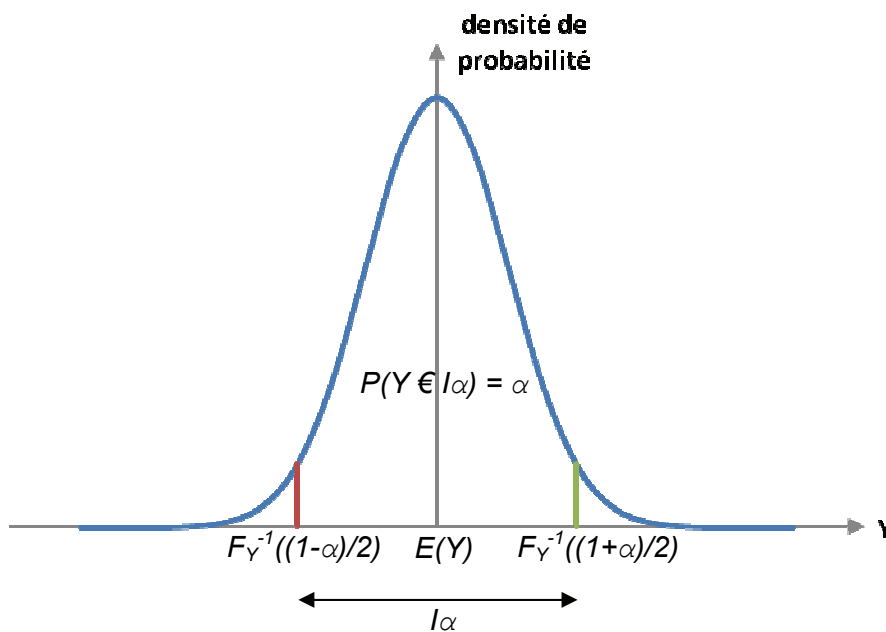
L'utilisation de l'incertitude – mesure de la dispersion de la loi de probabilité d'une grandeur – n'entraîne pas de différence dans les calculs par rapport à l'utilisation de la mesure de la dispersion de la loi de probabilité de l'erreur sur cette grandeur, il y a équivalence numérique stricte. Tout l'intérêt réside dans le caractère opérationnel de l'approche proposée : l'accent est mis sur la valeur et la variabilité observées (ou estimées) d'une grandeur plutôt que sur la valeur vraie et l'erreur, notions qui deviennent par là-même entièrement inutiles [1] E.5.4.



À partir de cette définition du concept, on définit l'**incertitude type** comme l'écart type estimé associé au résultat d'un mesurage ou d'un calcul. L'**incertitude type relative** correspond à l'incertitude type normalisée par l'espérance estimée.

Pratiquement, les études réglementaires adoptant un cadre probabiliste expriment l'incertitude à l'aide d'un intervalle de confiance à $\alpha=95\%$ autour de la médiane. On parle alors d'**incertitude élargie** ou **incertitude globale** et on écrit (formulation relative, normalisée par l'espérance) :

$$\%inc_Y = \frac{1}{2E(Y)} \left(F_Y^{-1} \left(\frac{1+\alpha}{2} \right) - F_Y^{-1} \left(\frac{1-\alpha}{2} \right) \right)$$



F_Y étant la fonction de répartition de Y soit $F_Y(x) = P(Y \leq x) = \int_{-\infty}^x f_Y(u)du$

f_Y étant la densité de probabilité (pdf) de Y

$F_Y^{-1}(\alpha)$ étant le α -quantile de Y soit $\inf \{ x / P(Y \leq x) \geq \alpha \}$

$E(Y)$ étant l'espérance de Y soit $E(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} uf_Y(u)du$

On approxime souvent l'incertitude élargie en faisant une hypothèse sur la loi de probabilité suivie par la variable d'intérêt Y et en utilisant alors une formule du type :

$$\%inc_Y \approx k \frac{\sqrt{\text{var}(Y)}}{E(Y)}$$

$Var(Y)$ étant la variance de Y soit $Var(Y) = E[(Y - E(Y))^2] = E(Y^2) - E(Y)^2$

k étant le **facteur d'élargissement**, prenant typiquement une valeur entre 2 et 3 selon les cas

Remarques

L'incertitude type peut être vue comme une incertitude élargie avec $k = 1$, ce qui correspond à un niveau de confiance de 68% pour la loi normale.

L'incertitude type est généralement utilisée en donnée d'entrée d'une étude d'incertitude, la donnée de sortie étant généralement exprimée sous forme d'incertitude élargie.

2.1.3 Sensibilité

Une étude de sensibilité vise à déterminer parmi les variables d'entrée d'un modèle, celles qui ont le plus d'impact sur la (les) variable(s) d'intérêt. La quantification de cet impact se fait souvent conjointement via l'estimation du coefficient de sensibilité soit la dérivée partielle $\frac{\partial h}{\partial X_i}$.

Elle diffère donc d'une étude d'incertitude qui a pour objectif d'estimer la dispersion des variables d'intérêt restituées par un modèle, compte tenu de la dispersion des variables d'entrée.

Notamment :

- Une étude de sensibilité ne nécessite pas la connaissance des incertitudes sur les variables d'entrée, une perturbation arbitraire pouvant être utilisée pour comparer les effets des variables d'entrée sur les variables d'intérêt.
- Une étude d'incertitude ne nécessite pas la connaissance des sensibilités du modèle aux variables d'entrée, une variable d'influence pouvant ne pas être critique vis-à-vis des incertitudes si elle peut être déterminée précisément.

2.2 Cadre méthodologique

Un cadre commun à l'ensemble des études d'incertitude peut être dégagé en distinguant quatre grandes étapes.

A/ Spécification du problème : sources d'incertitude, modèle, critère

B/ Quantification des sources d'incertitude

C/ Propagation des sources d'incertitude

C/ Hiérarchisation des sources d'incertitude / étude de sensibilité

2.2.1 Spécification du problème

Il s'agit d'adapter le formalisme de base du §2.1.1 au cas à traiter.

Notamment, une distinction est établie au sein de l'ensemble des variables d'entrée entre les variables mal connues – qui seront alors considérées comme des sources d'incertitude – et les variables connues très précisément (incertitude négligeable) ou enveloppées par des valeurs pénalisantes – qui seront alors considérées comme certaines et exclues de l'analyse.

C'est au cours de cette étape qu'est définie la nature du critère portant sur les variables d'intérêt, cette définition conditionnant le traitement des incertitudes voire le sens donné au concept d'incertitude lui-même.

- Critère déterministe

Utilisé dans les cas où l'appartenance de la variable d'intérêt à un intervalle doit être établie avec certitude. Nécessite seulement la connaissance des valeurs extrêmes prises par les variables d'entrée. Problème simple dans le cas d'une dépendance monotone de la variable d'intérêt aux variables d'entrée mais potentiellement complexe sinon (optimisation).

- Critère probabiliste

- Dispersion

Utilisé pour fournir un indicateur de la dispersion de la variable d'intérêt (capteur de mesure par exemple). Seule l'espérance et la variance de la variable d'intérêt sont estimées, permettant de reconstruire l'incertitude type, mais ne permettant pas d'évaluer par exemple une probabilité de dépassement de seuil ou de dimensionner un intervalle de confiance.

- Probabilité de dépassement de seuil / intervalle de confiance

Souvent utilisé dans les études de sûreté où la connaissance de l'espérance et de la variance est jugée insuffisante et où l'estimation de la loi de probabilité est visée, dans l'objectif d'une quantification de la probabilité d'occurrence d'un événement.

2.2.2 Quantification des sources d'incertitude

Dans le cas d'une approche déterministe, seule la connaissance des plages de variation des variables d'entrée est requise.

Dans le cas d'une approche probabiliste, la connaissance de l'espérance, de la variance et éventuellement des covariances des variables d'entrée est requise a minima (méthode



approchée de type perturbation). Si une méthode globale est employée (de type Monte Carlo), la connaissance de la loi de probabilité des variables d'entrée est nécessaire.

Selon le nombre de données disponibles, la quantification des sources d'incertitude se fait différemment.

- Si un nombre important de données expérimentales est disponible (campagnes de mesure, base de qualification), deux approches sont envisageables :
 - Paramétrique : l'adéquation de l'échantillon à une loi de probabilité donnée est estimée par des tests statistiques standards, les estimateurs des paramètres de la loi pouvant ensuite être évalués analytiquement à partir de la moyenne arithmétique de l'échantillon, de l'écart type empirique et des valeurs extrêmes (méthode des moments ou du maximum de vraisemblance).
 - Non paramétrique : des techniques de lissage sont applicables sur des échantillons importants, elles permettent d'estimer une loi de probabilité empirique c.-à-d. sans modèle support et uniquement à partir des valeurs expérimentales (par ex. méthode d'estimation par noyau).
- Si l'ensemble des données expérimentales disponibles est très réduit, les tests d'adéquation et a fortiori les méthodes de lissage réagissent mal et fournissent des résultats non significatifs. On fait alors l'hypothèse d'une loi de probabilité suivie par la variable analysée. Le choix s'opère en fonction des caractéristiques physiques de la variable et du procédé de détermination, et à partir de dires d'experts. La loi normale est par exemple très souvent utilisée pour représenter la composante aléatoire d'une incertitude de mesure.

Dans cette phase de quantification, les corrélations entre les variables d'entrée doivent également être évaluées. En général, cette étape repose sur un calcul de coefficients de corrélation à partir des échantillons de valeurs expérimentales disponibles.

- Coefficient de Pearson : permet l'identification du niveau de dépendance linéaire entre deux variables

$$\rho_{U,V} = \frac{\text{Cov}[U,V]}{\sigma_U \sigma_V} = \frac{E[(U - E(U)) \times (V - E(V))]}{\sqrt{\text{Var}(U)} \sqrt{\text{Var}(V)}}$$

Un estimateur sur l'échantillon de valeurs disponibles est donné par la formule :

$$\hat{\rho}_{U,V} = \frac{\sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^2 (v_i - \bar{v})^2}}$$

\bar{u} étant la moyenne empirique de l'échantillon soit $\bar{u} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i$



- Coefficient de Spearman : permet l'identification du niveau de dépendance monotone entre deux variables – équivalent au coefficient de Pearson évalué sur l'image de l'échantillon par la fonction de répartition

$$\rho_{U,V}^S = \rho_{F(U),F(V)}$$

Dont on obtient une estimation sur l'échantillon de valeurs disponibles par la formule :

$$\hat{\rho}_{U,V}^S = \frac{\sum_{i=1}^N (R(u_i) - \bar{R}(u))(R(v_i) - \bar{R}(v))}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (R(u_i) - \bar{R}(u))^2 (R(v_i) - \bar{R}(v))^2}}$$

R étant la transformation qui à une valeur de l'échantillon associe son rang, par exemple $R : (1,2, 0,4, 0,6) \rightarrow (3, 1, 2)$

$\bar{R}(u)$ étant la moyenne empirique sur l'échantillon de valeurs ayant subi la transformation de rangs soit $\bar{R}(u) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R(u_i)$

2.2.3 Propagation des sources d'incertitude

Dans un cadre déterministe, la propagation des sources d'incertitude revient à la recherche des valeurs extrêmes de h sur les intervalles parcourus par les variables d'entrée x_i . Il s'agit donc d'un problème d'optimisation classique.

Dans un cadre probabiliste, il y a principalement deux grandes approches qui sont utilisées.

a) Approche par perturbation

Elle permet d'estimer l'espérance et la variance de la variable d'intérêt.

Elle est donc adaptée à un critère de type dispersion (incertitude type) mais inadaptée à un critère de type probabilité de dépassement ou intervalle de confiance.

Elle repose sur un développement limité au voisinage de l'espérance du vecteur aléatoire des variables d'entrée.

À l'ordre 1, on écrit :

$$Y = h(E(X)) + \langle \nabla h(E(X)) | X - E(X) \rangle + o(\|X - E(X)\|)$$

D'où on déduit une valeur approchée de l'espérance et de la variance de Y (loi de propagation des incertitudes) :

$$E(Y) \approx h(E(X))$$

$$\text{Var}(Y) = E[(Y - E(Y))^2] \approx E\left[\sum_{i,j} \frac{\partial h}{\partial X_i} \frac{\partial h}{\partial X_j} (X_i - E(X_i))(X_j - E(X_j))\right] = \sum_{i,j} \frac{\partial h}{\partial X_i} \frac{\partial h}{\partial X_j} \text{Cov}[X_i, X_j]$$

Dans la pratique, les dérivées partielles sont évaluées par simulation de la réponse du modèle à des perturbations individuelles des variables d'entrée. Les covariances entre variables d'entrée étant souvent négligées, la variance de la variable d'intérêt peut alors être estimée simplement à partir des variances des variables d'entrée :

$$\text{Var}(Y) = \sum_i \left(\frac{\partial h}{\partial X_i}\right)^2 \text{Var}(X_i)$$

Remarque

Les non linéarités (ou le manque de monotonie) de h réduisent l'intervalle autour de l'espérance de X sur lequel la loi de propagation est à même de fournir des résultats précis. Les estimations seront donc d'autant plus approximatives que les incertitudes sur les variables d'entrée seront élevées et que les non linéarités de h seront fortes.

b) Approche par tirage (Monte Carlo)

Les méthodes par tirage ne nécessitent en revanche aucune hypothèse de régularité sur h . Elles sont donc les plus robustes mais en contrepartie, les plus coûteuses en temps CPU. Aussi, elles peuvent finalement se révéler moins précises qu'une méthode par perturbation si les contraintes sur le temps CPU des simulations impliquent une restriction trop forte du nombre de tirages.

Elles fournissent une estimation de l'espérance et de la variance de la variable d'intérêt ainsi que le niveau de confiance associé à cette estimation (probabilité). Elles sont donc adaptées à tout type de critère probabiliste.

Elles sont fondées sur une génération aléatoire d'un échantillon de valeurs du vecteur X , à partir des lois de probabilité de ses composantes X_i .

Remarque

Rigoureusement, c'est la fonction de répartition du vecteur X qui devrait être utilisée. En plus des lois de chaque variable, la définition de la structure de dépendance est alors nécessaire. Elle met en jeu une modélisation mathématique plus élaborée (copule), pour laquelle je n'ai pas d'expérience pratique.

Pour chaque valeur de X , une simulation de la réponse du modèle est réalisée et une valeur de Y est restituée. À l'issue de l'ensemble des simulations, un échantillon aléatoire de Y est donc disponible, représentatif de la dispersion des variables d'entrée selon leur loi propre.



Une estimation de l'espérance et de la variance de Y est alors donnée par la moyenne empirique (estimateur sans biais de l'espérance) et la variance corrigée (estimateur sans biais de la variance) de l'échantillon :

$$\hat{E}(Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i \text{ et } \hat{Var}(Y) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{E}(Y))^2$$

L'écart entre ces estimateurs et les paramètres de la loi de Y peut être déduit du **théorème central limite** selon lequel la loi d'une somme de variables aléatoires indépendantes tend vers une loi normale quand le nombre de variables tend vers l'infini, et ce, quelle que soit la loi de probabilité de chaque variable. Appliqué à la moyenne empirique \bar{Y}_n des réalisations de Y obtenues par la méthode de tirage, ce théorème permet d'écrire :

$$P \left(\frac{\bar{Y}_n - E(Y)}{\sqrt{\frac{Var(Y)}{n}}} \leq \alpha \right) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \phi(\alpha)$$

Φ étant la fonction de répartition de la loi normale soit $\phi(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\alpha} e^{-\frac{u^2}{2}} du$

En remarquant

$$P(a < X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a) = F(b) - F(a)$$

On trouve

$$P \left(E(Y) + \alpha_1 \sqrt{\frac{Var(Y)}{n}} < \bar{Y}_n \leq E(Y) + \alpha_2 \sqrt{\frac{Var(Y)}{n}} \right) = \phi(\alpha_2) - \phi(\alpha_1)$$

En prenant α_2 le quantile à 0,975 de la loi normale centrée réduite (soit 1,96) et $\alpha_1 = -\alpha_2$, la densité étant symétrique par rapport à 0, on a $\Phi(\alpha_2) - \Phi(\alpha_1) = 2 \Phi(\alpha_2) - 1 = 2 \Phi(\Phi^{-1}(0,975)) - 1 = 0,95$, d'où on déduit un intervalle de confiance à 95% autour de l'espérance de Y . La largeur de cet intervalle diminue proportionnellement à la racine du nombre de tirages.

Cette estimation de l'intervalle de confiance est fondée sur l'approximation d'un comportement gaussien. Au cours de l'itération, il y a donc une incertitude résiduelle non prise en compte qui correspond à l'écart à la tendance limite vers la loi normale.

Une approche non paramétrique peut être utilisée pour dépasser cette limitation. La méthode des rangs de Wilks fournit ainsi une estimation conservative du α -quantile avec un niveau de confiance β sous la condition : $1/N \leq \alpha \leq 1-1/N$; N étant le nombre de tirages. La méthode repose sur un classement par ordre croissant des réalisations de la variable à analyser (par



exemple l'écart de Y à sa moyenne). Dans cet ensemble ordonné, le rang j du quantile recherché correspond alors au plus petit entier solution de l'inéquation suivante :

$$\sum_{k=1}^{j-1} C_N^k \alpha^k (1-\alpha)^{N-k} > \beta$$

2.2.4 Hiérarchisation des sources d'incertitude / étude de sensibilité

Une fois l'incertitude sur la variable d'intérêt évaluée, il est rare que l'étude ne soit pas étendue à l'analyse des sensibilités du modèle aux variables d'entrée. En effet :

- Dans le cas d'une approche par perturbation, l'accès aux facteurs d'importance des variables X_i est immédiat à partir des données de sortie de l'étude d'incertitude :

$$Fact(X_i) = \frac{\partial h}{\partial X_i} \frac{\sum_j \frac{\partial h}{\partial X_j} Cov[X_i, X_j]}{Var(Y)} \quad \text{avec} \quad \sum_i Fact(X_i) = 1$$

Dans le cas le plus courant où les covariances entre variables d'entrée sont négligées, l'expression du facteur d'importance de X_i est simplifiée :

$$Fact(X_i) = \left(\frac{\partial h}{\partial X_i} \right)^2 \frac{Var(X_i)}{Var(Y)}$$

- Dans le cas d'une approche par tirage, l'incertitude ne rend pas compte de toute l'information de l'expérience aléatoire. En effet, elle est représentative de la dispersion de la variable d'intérêt mais elle n'exploite pas l'information associée au « faisceau » de propagation c.-à-d. les **relations** entre la dispersion des variables d'entrée et celle de la variable d'intérêt. Pour mesurer ces relations, l'attirail standard d'analyse de corrélation peut être exploité :
 - Coefficient de Pearson (ρ_{Y, X_i}) pour la mesure de relations linéaires
 - Coefficient de Spearman (ρ_{Y, X_i}^S) pour la mesure de relations monotones

Le facteur d'importance est alors évalué à partir des estimateurs des coefficients de corrélation :

$$Fact(X_i) = \frac{\hat{\rho}_{Y, X_i}^S{}^2}{\sum_i \hat{\rho}_{Y, X_i}^S{}^2} \quad \text{avec} \quad \sum_i Fact(X_i) = 1$$

3 Cas d'application à l'énergétique du bâtiment

3.1 Bibliographie

Dans la pratique, les études thermiques bâtiment n'intègrent pas la problématique des incertitudes [2], qui est donc seulement traitée dans le cadre de projets de recherche (peu nombreux) ou en phase de validation des outils de simulation. L'approche conventionnelle consiste à surdimensionner en contrepartie les installations de chauffage, de refroidissement ou de ventilation.

La référence [3] recense les études d'incertitude réalisées dans le domaine de la simulation des performances (au sens large) des bâtiments. Elle en dénombre quatre : [2], [4], [5] et [6]. Il faut au moins mentionner en plus les travaux menés par Reddy [7] dans le cadre du programme de recherche ASHRAE (RP-1051) sur une méthode de calibrage générique pour la modélisation thermique des bâtiments existants avec estimation conjointe de l'incertitude ainsi que l'étude danoise réalisée sur des maisons individuelles [8].

n°	réf	neuf	exis	sens	inc	variable intérêt	modèle	méthode inc
2	macdo2002	x	0	x	x	Moyenne annuelle conso	ESP-r	perturbation (locale, factorielle), MC, interne
3	corrado2009	0	x	x	x	Moyenne annuelle besoins	monthly method (ISO13790:2008) zonal stationnaire (sous XL)	MC-LHS (Simlab) - Sens avec Morris
4	rahni1997	?	?	x	0	?	?	regression analysis and experimental Plackett and Burman design
5	dewit2002	x	0	0	x	Thermal comfort (#h inconfort)	ESP-r, BFEP	MC-LHS - Sens avec Morris
6	pietryk2008	x	0	0	x	?	aéraulique	FORM
7	reddy2007	0	x	x	x	Moyenne mensuelle conso	DOE-2	MC-LHS (+ optim° algo génétique pour calib)
8	brohus2009	0	x	x	x	Moyenne annuelle conso	Bsim	Morris Screening pour sélection puis MC-LHS



3.2 Méthodes de propagation des incertitudes

Toutes les études référencées mettent en avant un nombre très restreint de variables d'entrée influentes – entre 5 et 10.

L'étude en référence [2] propose une analyse comparative des approches par perturbation et par tirage pour l'estimation de l'incertitude sur la consommation moyenne d'énergie calculée par un modèle thermique dynamique (ESP-r). Si les variances estimées sont très proches, un écart significatif sur les moyennes est observé (14% pour une période simulée d'une semaine), ce qui permet de conclure à un faible impact des inter-dépendances entre les variables d'entrée mais à un impact non négligeable des non-linéarités du modèle.

La méthode de tirage Monte Carlo Latin Hypercube Sampling (MC-LHS) est souvent utilisée dans les études référencées. Il s'agit d'une méthode de tirage *stratifiée* qui consiste à partitionner le domaine de variation des variables d'entrée en intervalles équiprobables et à procéder ensuite par tirage successif dans chaque intervalle, choisi aléatoirement. Elle vise à optimiser le rapport (représentativité de la dispersion des variables d'entrée / nombre de simulations) bien qu'aucune démonstration de cette « faculté à mieux explorer » ne puisse être apportée. Elle n'est par ailleurs valide que dans le cas de variables d'entrée indépendantes. Enfin, le caractère non biaisé de l'estimation ne peut pas être garanti.



4 Références

- [1] AFNOR NF ENV 13005 (1999) : Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure
- [2] Macdonald 2002 : Quantifying the Effects of Uncertainty in Building Simulation – Thèse Université de Strathclyde (UK)
- [3] Corrado 2009 : Uncertainty and Sensitivity Analysis for Building Energy Rating – Journal of Building Physics, Vol. 33, N°2
- [4] Rahni 1997 : Application of Group Screening to Dynamic Building Energy Simulation Models – Journal of Statistical Computation and Simulation
- [5] De Wit 2002 : Analysis of Uncertainty in Building Design Evaluations and its Implications – Energy and Buildings, Vol. 34
- [6] Pietrzyk 2008 : Probabilistic Analysis in Building Physics Design – Building and Environnement, Vol. 43
- [7] Reddy 2007 : Calibrating detailed building energy simulation programs with measured data – HVAC&R Research
- [8] Brohus 2009 : Uncertainty of Energy Consumption of Domestic Buildings – 11th IBPSA Conference, Glasgow, Scotland
- [9] Morris 1991 : Factorial Sampling Plans for Preliminary Computational Experiments – Technometrics, Vol. 33, N° 2
- [10] Zraggen 2010 : Bâtiments résidentiels locatifs à haute performance énergétique, objectifs et réalités – Thèse de doctorat, Université de Genève